

Olimpiada Națională de Matematică**Etapă locală****25 februarie 2023****Clasa a VII-a**

1. Fie E un punct pe latura DC a patrutului ABCD, [AN bisectoarea unghiului \widehat{EAB} , $N \in BC$ și P punctul de intersecție a dreptelor AE și BC. Perpendiculara din P pe NE intersectează dreapta DC în M. Demonstrați că :

- a) [NA este bisectoarea unghiului \widehat{MNB} ;
- b) $MN = DM + BN$;
- c) $\widehat{MAN} = 45^\circ$.

(G.M.)

2. Se considera numărul $A = \overline{a1} \cdot \overline{a9} + 16$. Arătați ca \sqrt{A} este număr natural nenul .

(S. G.M.)

3. Fie ABC un triunghi și G centrul său de greutate . Prelungim segmentele [AG],[BG] și [CG] cu segmentele [GM] \equiv [AG], [GN] \equiv [BG] , respectiv [GP] \equiv [GC] . Demonstrați ca :

- a) $\triangle ABC \equiv \triangle MNP$;
- b) patrulateralele ABMN ,BCNP și CAPM sunt paralelograme ;
- c) $AB + BC + CA < 2(GM + GN + GP) < 2(AB + BC + CA)$.

4. Fie numerele $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$ și

$$b = (|3^{51} - 2^{85}| + 3^{2011} : 81^{490}) : (-4^{41}) + \sqrt{1296} + \sqrt{(8 - 5\sqrt{3})^2 - \sqrt{75} + \sqrt{2^8}} .$$

- a) Comparați numerele a și b .
- b) Verificați dacă $3a$ și \sqrt{b} sunt elemente ale mulțimii $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3x+1}{2x-5} \in \mathbb{Z} \right\}$.

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7p.

Timp de lucru 3 ore.